

LYCEE REDA SLAOUI
CLASSES PREPARATOIRES
Agadir

Série d'exercices n°10

Exercice 1.

Étudier au voisinage du point $(1, 0)$ la courbe définie par :

$$\begin{cases} x(t) = \cos t + k \frac{t^3}{6} \\ y(t) = \sin t - t + \frac{t^2}{2} \end{cases}$$

Exercice 2.

Étudier et tracer la courbe paramétrée Γ définie par :

$$\begin{cases} x(t) = t + \frac{1}{2t^2} \\ y(t) = \frac{t^2}{2} + \frac{1}{t} \end{cases}$$

Exercice 3.

Étudier et tracer la courbe paramétrée Γ définie par : $\begin{cases} x(t) = \frac{t}{1+t^3} \\ y(t) = \frac{t^2}{1+t^3} \end{cases}$.

Exercice 4.

Étudier et tracer la courbe paramétrée Γ d'équation polaire : $\rho(\theta) = \frac{\sin(\theta) \cos(\theta)}{\sin(\theta) - \cos(\theta)}$.

Exercice 5.

Étudier et tracer la courbe paramétrée Γ d'équation polaire : $\rho(\theta) = \frac{1}{\cos(\theta)} + \frac{1}{\sin(\theta)}$.

Exercice 6.

Calculer la longueur de la courbe paramétrée Γ définie par : $\begin{cases} x(t) = 3 \cos(t) - \cos(3t) \\ y(t) = 3 \sin(t) - \sin(3t) \end{cases}$

Exercice 7.

On considère la courbe paramétrée Γ définie par : $\begin{cases} x(t) = \cos^3(t) \\ y(t) = \sin^3(t) \end{cases}$.

1. Étudier et tracer la courbe Γ .
2. Calculer la longueur de Γ .
3. Déterminer le rayon et le centre de courbure en tout point de Γ .

Exercice 8.

Le plan affine est muni du repère orthonormé direct $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Soit \mathcal{P} la courbe d'équation polaire $r(\theta) = \frac{1}{1 - \cos(\theta)}$.
 - (a) Étudier et tracer la courbe \mathcal{P} .
 - (b) Montrer que \mathcal{P} est une conique dont on précisera les caractéristiques (foyer et directrice).
2. A tout point M de \mathcal{P} on associe le point K projeté orthogonal de M sur l'axe (O, \vec{i}) . On appelle N le symétrique de O par rapport à K et H le projeté orthogonal de O sur la droite (MN) . On appelle \mathcal{E} l'ensemble des points H .
 - (a) Déterminer, en fonction de θ , les coordonnées du point H dans le repère \mathcal{R} .
 - (b) Lorsque H est distinct de O , on pose φ une mesure de l'angle (\vec{i}, \widehat{OH}) modulo 2π . Calculer $\cos(\varphi)$ et $\sin(\varphi)$ en fonction de θ .
 - (c) Montrer que l'équation polaire de \mathcal{E} dans le repère \mathcal{R} est $r(\varphi) = \frac{\sin(2\varphi)}{1 - \sin(\varphi)}$.
3. Étudier la courbe \mathcal{E} d'équation polaire $r(\varphi) = \frac{\sin(2\varphi)}{1 - \sin(\varphi)}$.
4. Tracer l'ensemble \mathcal{E} sur le même graphique que \mathcal{P} .